

Stochastik

Wahrscheinlichkeiten

Für Klasse 3 und 4

Text Nr. 03010

Stand 30.6.2019

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Vorwort

Der Oberbegriff **Stochastik** umfasst drei Teilbereiche:

1. **Statistik:**

Sie beschäftigt sich mit Daten aller Art, die in der Vergangenheit entstanden sind. Zur Auswertung benötigt man Übersichten und Vereinfachungen bzw. Zusammenfassungen. Denn ein Datensatz aus 500 Werten ist unübersichtlich und hilft nicht sehr weiter.

Je nachdem, welche Merkmale interessieren, erstellt man Strichlisten und daraus Tabellen. Diese kann man auch graphisch darstellen indem man Diagramme herstellt. Das können Streifen-, Linien- oder Balkendiagramme sein, oder ein Kreisdiagramm.

Mit höheren Anforderungen berechnet man dann Mittelwerte und die relativen oder prozentualen Häufigkeiten, mit der die einzelnen Merkmalsausprägungen vorkommen. In höheren Klassen kann man auch Schwankungen, also die Abweichungen von Mittelwert zahlenmäßig erfassen.

2. **Wahrscheinlichkeit:**

Jetzt werden Zufallsexperimente untersucht. Im Gegensatz zur Statistik werden hier Ergebnisse vorhergesagt. Man versucht, sie mit Zahlen (**Wahrscheinlichkeiten**) zu erfassen.

Die Vorhersage der relativen Häufigkeit nennt man **Wahrscheinlichkeit**, der vorhergesagte Mittelwert ist der Erwartungswert usw.

Da man in der **Grundschule** höchstens elementare Brüche wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ usw. kennenlernt, werden relative bzw. prozentuale Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten zahlenmäßig kaum erfasst. Aber man zeigt den Schülern, wie man durch Abzählen der Möglichkeiten Aussagen über geringe oder hohe Wahrscheinlichkeit formulieren kann. Es gibt dann unmögliche, sichere und wahrscheinliche Ereignisse.

In der Grundschule verwendet man die Begriffe *sicher*, *wahrscheinlich* und *unmöglich*. Man lernt, Gewinnchancen bei Spielen einzuschätzen.

3. **Kombinatorik:**

Hier geht man, welche Methoden es gibt, um abzuzählen bzw. auszurechnen, **wie viele Möglichkeiten** es gibt. Die Kombinatorik ist das wichtigste Hilfsmittel zur Berechnung von **Wahrscheinlichkeiten**. Dazu gehört auch das Erstellen von Baumdiagrammen, für mehrstufige Ereignisse.

In der Grundschule findet das alles auf einem sehr einfachen Niveau statt. Vieles wird empirisch ermittelt, indem man den Schülern beibringt, sich möglichst systematisch einen Überblick über die Möglichkeiten zu verschaffen. Man geht also in erster Linie anschaulich vor.

Inhalt

1	Tabellen und Streifendiagramme	4
	1 Schüler in der Klasse 3a (Mädchen – Jungen)	4
	2 Schüler in der Klasse 3b (Herkunftsland)	5
	3 Geschossene Tore (Fußball)	5
	4 Urlauber im Jahr 2018	6
	5 Weitsprungergebnisse	6
2	Kreisdiagramme	9
	6 Autofarben auf dem Parkplatz	9
	7 Schulsprecherwahl	10
	8 Urlaubsziele	11
	9 Verkaufszahlen	12
	10 Geschwindigkeitskontrolle	12
3	Wahrscheinlichkeit von Ereignissen	14
	11 Wie wird das Wetter?	14
	12 Eine farbige Kugel aus einer Dose ziehen	14
	13 Zwei farbige Kugeln entnehmen	15
	14 Klassensprecherwahl	15
4	Kombinatorik und Baumdiagramme	17
	15 Würfeln mit zwei Würfeln: Augensumme 7	17
	16 bis 19 Farbige Spielebrettchen ordnen	18
	20 Verschiedene Münzen zum Bezahlen	20
	21 Essen nach dem Sportfest	21
	22 Kleidung auswählen	22
	23 Summe zweier Spielmarken vorhersagen	23
	24 Einen Würfel zweimal werfen: Wahrscheinlichste Augensumme	24
	25 Nochmals Doppelwurf: Verschiedene Ereignisse	25
	26 Glücksrad mit Farbsektoren	28
	27 Glücksrad mit Ziffern: Dreistellige Zahl bilden	31
	28 bis 30 Häuschen aus bunten Plättchen zusammensetzen	33
	31 Aus fünf Plättchen Zahlen bilden	35
	32 Schüler anordnen	36
	33 Zielankunft von 6 Rennwagen	36
	34 Zielankunft der besten drei von 10 Rennwagen	36
	35 Zielankunft der besten drei von 22 Rennwagen	36

1 Tabellen und Streifendiagramme

1 Man kann Anzahlen in Tabellen zusammenfassen.

Hier geht es um die Schüler der Klasse 3a der Grundschule „Jana Schmiedel“. Dort ist die Situation so, wie sie die folgende Tabelle zeigt.

Alter	Anzahl der Mädchen	Anzahl der Jungen
7	1	0
8	11	8
9	2	4

Aus dieser Tabelle kann man die Antworten auf viele Fragen ermitteln. Etwa diese:

A: Wie viele Kinder besuchen diese Klasse?

Lösung: $1 + 0 + 11 + 8 + 2 + 4 = 26$

B: Wie viele Mädchen sind in der 3a?

Lösung: $1 + 11 + 2 = 14$

C: Wie viele Jungen sind in der Klasse?

Lösung: $0 + 8 + 4 = 12$

D: Wie viele Kinder sind 9 Jahre alt?

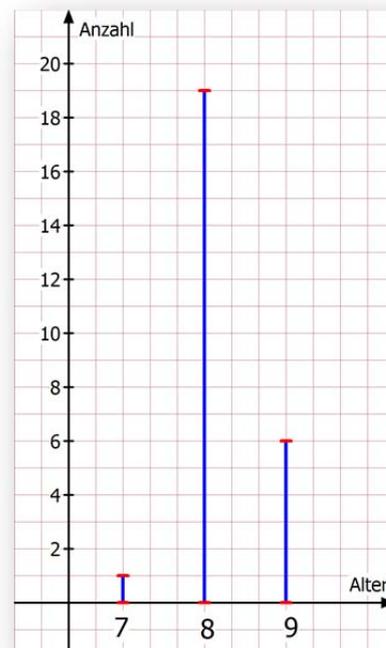
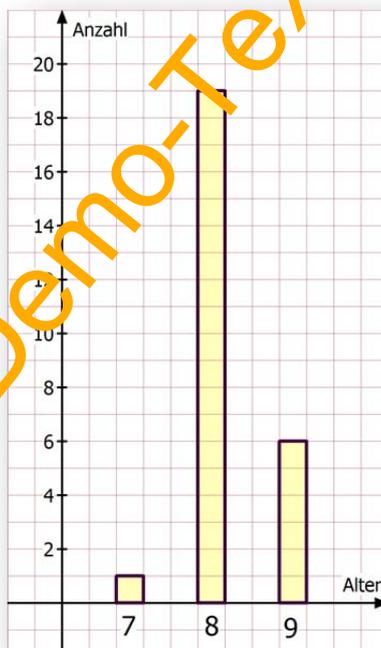
Lösung: $2 + 4 = 6$

E: Wie viele Kinder sind älter als 6 Jahre?

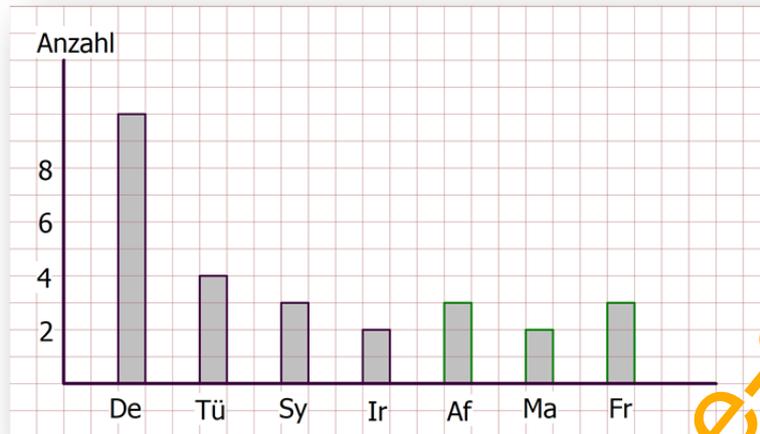
Lösung: Alle, also 26

Man kann die Daten dieser Tabelle grafisch darstellen. Man nennt dies ein Diagramm.

Links ein **Streifendiagramm (Säulendiagramm)**, rechts ein **Strichdiagramm (Stabdiagramm)**:



- 2 In der Klasse 3b gibt es Schüler mit ausländischer Herkunft.
Die Schulleitung hat dies in einem Streifendiagramm grafisch dargestellt:



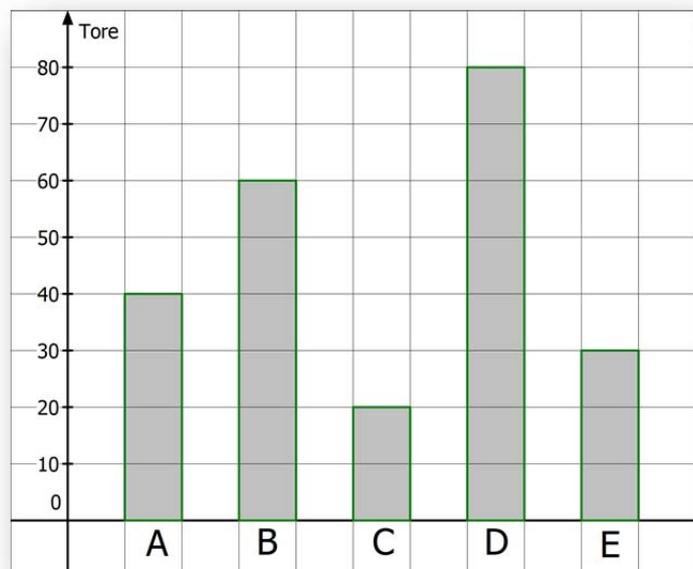
Dabei bedeuten: De = Deutschland, Tü = Türkei, Sy = Syrien, Ir = Irak,
Af = Afghanistan, Ma = Marokko und Fr = Frankreich.

Wie viele Schüler mit deutscher bzw. ausländischer Herkunft sind in der 3b?

Lösung: Die Auswertung des Diagramms liefert: Es sind 10 Schüler mit deutscher Abstammung und $4 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 = 17$ mit ausländischer Herkunft.

- 3 Das Säulendiagramm zeigt, wie viele Tore fünf Fußballclubs A bis E in der letzten Saison geschossen haben. Beantworte die folgenden Fragen.

- Welcher Verein hat doppelt so viele Tore geschossen wie ein anderer?
- Welcher Verein hat die wenigsten Tore geschossen?
- Welcher Verein hat 10 Tore weniger geschossen als ein anderer?
- Wer hat mehr Tore geschossen als der Verein A?
- Was kann man zu den Toren von D und C aussagen?
- Was kann man zu den Toren von B und C aussagen?



Lösung zu 3:

- a) D hat doppelt so viel geschossen wie A (80 und 40).
A hat doppelt so viel geschossen wie C (40 und 20)
B hat doppelt so viel geschossen wie E (60 und 30).
- b) C hat am wenigsten Tore geschossen, nämlich nur 20.
- c) C hat 10 Tore weniger geschossen als E (20 und 30).
- d) B und D haben mehr Tore geschossen als A (60 und 80 und 40).
- e) D hat 80 Tore geschossen, das sind 4-mal so viel wie C (20).
- f) B hat 60 Tore geschossen, das sind 3-mal so viel wie C (20).

- 4 In Meeresheide führt die Gemeinde eine Liste über die Urlauber, die dort ihre Ferien verbracht haben. Hier die Tabelle aus dem Jahr 2018:

Monat	Urlauber	Monat	Urlauber
Januar	1230 ≈	Juli	8394 ≈
Februar	841 ≈	August	7880 ≈
März	986 ≈	September	4379 ≈
April	3182 ≈	Oktober	3580 ≈
Mai	5212 ≈	November	1812 ≈
Juni	6841 ≈	Dezember	1350 ≈

Runde diese Zahlen auf Tausende und erstelle dann ein horizontales Streifendiagramm. Übertrage die Urlauberzahlen im Verhältnis 1 : 1000.

- 5 Eine Gruppe von 10 Schülern macht Weitsprung. Die Ergebnisse sind:

Name	Sprungweite	Name	Sprungweite	Name	Sprungweite
Jana	3,89	Gunnar	4,15	Anni	1,84
Fritz	2,67	Marga	2,42	Ben	2,88
Achim	3,40	Tristan	2,97	Can	3,46
Achim	2,58	Lara	1,95	Imre	3,67
Simon	2,56	Helge	3,11	Volker	2,14

Fülle die nebenstehende Tabelle aus.
Übertrage die Werte dieser Tabelle in ein horizontales Streifendiagramm.

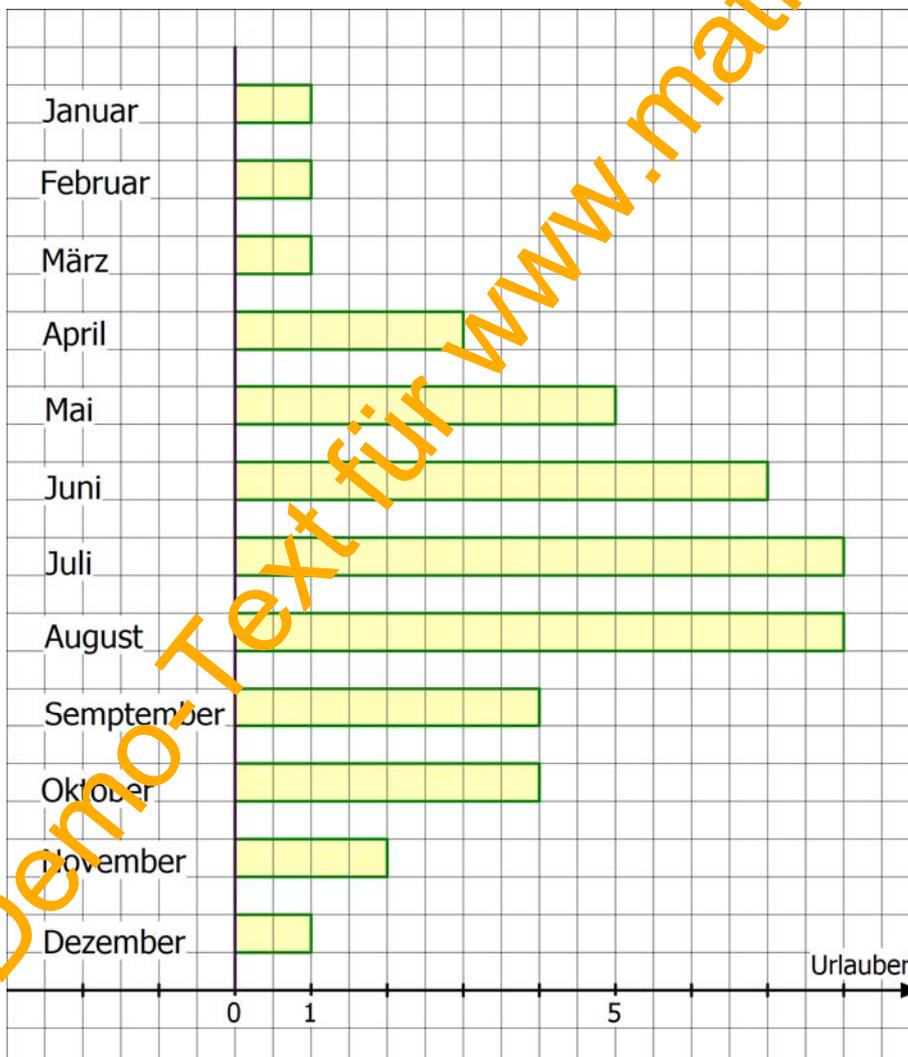
Weitenbereich	Anzahl
Unter 2,00 m	
2,00 m bis 2,49 m	
2,50 m bis 2,99 m	
3,00 m bis 3,49 m	
3,50 m bis 3,99 m	
mehr als 4,00 m	

Lösung: 4

Zunächst runde ich die Urlaubszahlen auf Tausende:

Monat	Urlauber	Monat	Urlauber
Januar	1230 \approx 1000	Juli	8394 \approx 8000
Februar	841 \approx 1000	August	7880 \approx 8000
März	986 \approx 1000	September	4379 \approx 4000
April	3182 \approx 3000	Oktober	3580 \approx 4000
Mai	5212 \approx 5000	November	1812 \approx 2000
Juni	6841 \approx 7000	Dezember	1350 \approx 1000

Die gerundeten Urlaubszahlen werden nun im Verhältnis 1:1000 auf das Diagramm übertragen. Das heißt, dass man von allen Zahlen ein Tausendstel verwendet. Also wird aus 1000 der Wert 1, aus 2000 wird 2 usw.



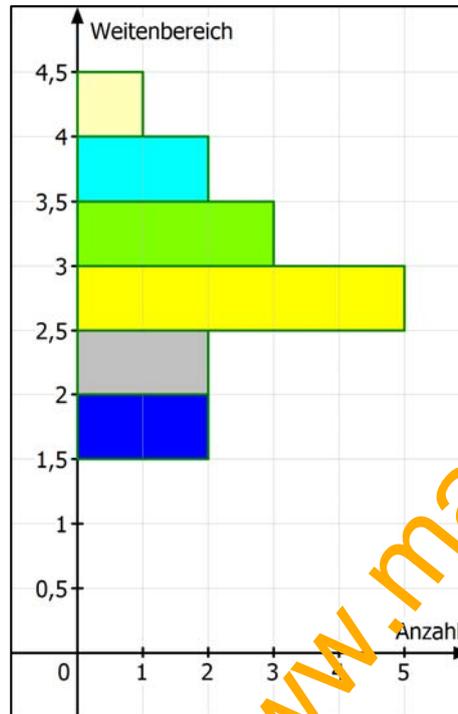
Lösung: 5

Mit Hilfe einer Strichliste erhält man diese Anzahlen:

Jetzt erkennt man viel besser, wie leistungsfähig die Gruppe ist.

Streifendiagramm:

Man sieht, dass es günstig ist, auf den beiden Achsen verschiedene Einheiten zu verwenden.



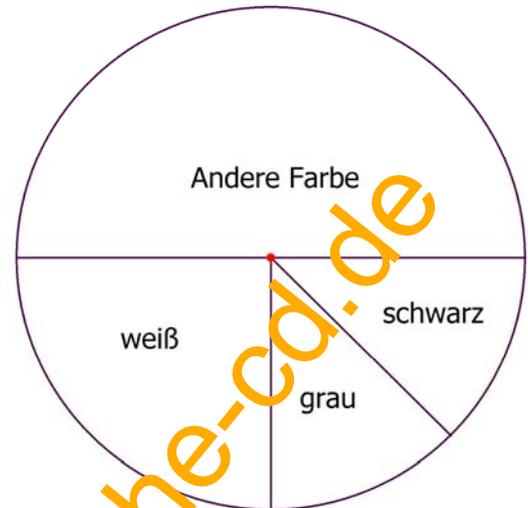
Weitenbereich	Anzahl
Unter 2,00 m	2
2,00 m bis 2,49 m	2
2,50 m bis 2,99 m	5
3,00 m bis 3,49 m	3
3,50 m bis 3,99 m	2
mehr als 4,00 m	1

2 Kreisdiagramme

- 6 Sven soll die Farben der Autos auf dem Parkplatz hinter der Schule zählen. Er zeichnet dazu dieses Kreisdiagramm.

- a) Kannst du mit Bruchteilen oder Vielfachen ausdrücken, was Sven herausgefunden hat?
- b) Später verrät Sven, dass insgesamt 40 Autos auf dem Parkplatz gestanden sind.

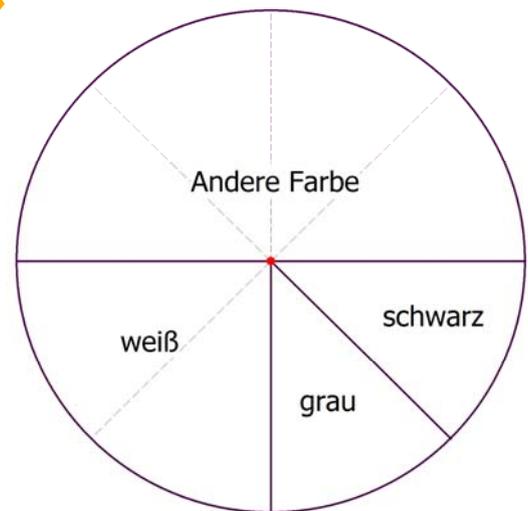
Wie viele Autos gehören dann zu den Farben?



Lösung:

Es ist hilfreich, in das Kreisdiagramm weitere Linien einzuzichnen. So entstehen 8 gleiche Teile (Sektoren). Damit kann man folgendes erkennen:

- a) Es waren gleich viele graue und schwarze Autos da.
Weiße Autos gab es doppelt so viele wie schwarze.
Die Autos mit anderen Farben waren viermal so viele wie schwarz oder grau und doppelt so viele wie weiß.



Drückt man das in Bruchteilen aus, dann sagt man:

Das Kreisdiagramm enthält 8 Sektoren.

1 Sektor von diesen 8, also 1 Achtel ($\frac{1}{8}$) sind graue Autos und dasselbe gilt für schwarz.

2 Sektoren, also zwei Achtel ($\frac{2}{8}$) sind weiß. Man erkennt, dass zwei Achtel gleich viel ist wie ein Viertel ($\frac{1}{4}$). Ein Viertel sind also weiße Autos.

Reiben noch die Autos mit anderen Farben. Diese sind die Hälfte ($\frac{1}{2}$) aller Autos, oder was dasselbe ist, vier Achtel ($\frac{4}{8}$).

- b) Von den 40 Autos war also ein Achtel schwarz, das sind 5, ebenso viele sind grau. Ein Viertel ist weiß, also 10 Autos, und die Hälfte hatte andere Farben, also 20 Autos.